

MÉTODOS DE GEOMETRÍA DIFERENCIAL EN TEORÍA DE LA INFORMACIÓN

Programa y Bibliografía

Unidad 1: Elementos de geometría diferencial

Variedades. Espacio tangente. Operaciones entre vectores y tensores. Geometría Riemanniana. Tensor métrico. Conexiones. Curvatura. Transporte paralelo. Geodésicas. Nociones de geometría de Finsler.

Bibliografía:

Analysis, Manifolds and Physics: Basics, Y. Choquet-Bruhat, C. de Witt-Morette, M. Dillard-Bleick (Elsevier, 1996)
Mathematical Methods for Physicists, G. Arfken (Academic Press, 1985)
A comprehensive introduction to differential geometry, M. Spivak (Publish or Perish, 1999)
Differential Geometry, Lie Groups and Symmetric Spaces, S. Helgason (Academic Press, 1978)

Unidad 2: Introducción a la teoría de las probabilidades

Concepto de probabilidad. Propiedades. Variables aleatorias y distribuciones de probabilidad. Momentos. Funciones generatrices: función generatriz de momentos, función característica, cumulantes. Algunos ejemplos de distribuciones de probabilidad. Teorema central del límite. Distribuciones multivariadas.

Bibliografía:

Optical coherence and quantum optics, L. Mandel, E. Wolf (Cambridge Univ. Press), Ch.1
The advanced theory of statistics, M. Kendall

Unidad 3: Elementos de teoría de la información

Entropía como medida de información faltante. Entropía conjunta y condicional. Entropía relativa e información mutua. Relación entre entropía e información. Entropía de Shannon, entropías generalizadas. Divergencia de Jensen-Shannon, divergencias generalizadas.

Bibliografía:

Elements of Information Theory, T. Cover, J. Thomas (John Wiley and Sons, 1991), Ch.1 & 2

Unidad 4: Geometría de la información

Modelos estadísticos. Estructura geométrica de los modelos estadísticos. Métrica de Fisher. Variedades afines. Conexiones duales. Divergencias como funciones de contraste. Caso de familias exponenciales. Aspectos matemáticos: Geometría de la información como intersección entre geometría Riemanniana y problemas de estimación paramétrica en estadística clásica. Noción de

variedad estadística según Lauritzen y su relación con la geometría de contraste a través de funciones de contraste o divergencias; vínculo con nociones clásicas en teoría de información a la Shannon.

Bibliografía:

Methods of information geometry, S. Amari, H. Nagaoka (Oxford University Press, 2000)

Differential geometrical methods in statistics, S. Amari (Springer-Verlag, 1985)

Differential geometry and statistics, M. Murray, J. Rice (Chapman & Hall, 1993)

Applied differential geometry: a modern introduction, V. Ivancevic, T. Ivancevic (World Scient., 2007)

Statistical manifolds, S. Lauritzen, en: S. Amari, O. Barndorff-Nielsen, R. Kass, S. Lauritzen, C.R. Rao (eds.) Differential Geometry in Statistical Inference, Hayward, CA. IMS Lecture Notes, vol. 10, pp. 163-216 (1987)

Statistics, yokes and symplectic geometry, O. Barndorff-Nielsen, P. Jupp, en: Annales de la Faculté des sciences de Toulouse: Mathématiques, Serie 6, Volume 6 (1997) no. 3, p. 389-427

Symplectic and Kähler structures on statistical manifolds induced from divergence functions, J. Zhang and F. Li, in Geometric Science of Information (Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 2013), p 595-603

Hamilton-Jacobi approach to Potential Functions in Information Geometry, F. Ciaglia, F. Di Cosmo, D. Felice, S. Mancini, G. Marmo, J. Pérez-Pardo, Journal of Mathematical Physics 58(6):063506 (2017)

Unidad 5: Aplicaciones en la física y en las neurociencias

- Geometría de la información para sistemas cuánticos. Distancia entre estados cuánticos y medidas de distinguibilidad entre estados. Estructura geométrica del espacio de estados cuánticos inducida por una divergencia cuántica. Aplicación del formalismo a la teoría de la información cuántica en dimensión finita.
- Generalización de la teoría al campo de los grupoides. Interpretación de las funciones de divergencia en términos de un problema variacional adecuado.
- Código neuronal y Teoría de la información. Información mutua. El cerebro no lineal y su dinámica. Medidas de Fisher y de complejidad de los ensambles neuronales. Aplicaciones: corteza cerebral, actividad espontánea, ruido interno, transmisión de la información, plasticidad, y oscilaciones en el cerebro. Patrones de dinámica espacio-temporal, principio de máxima entropía y saturación de la transmisión de la información. Sistemas dinámicos y Neurociencia computacional.
- Tratamiento geométrico-informacional de sistemas dinámicos con comportamiento caótico.

Bibliografía: Publicaciones seleccionadas de revistas científicas.

Cantidad total de horas: 60.

Método de evaluación: Exposición de seminario.